Dynamická analýza lávky v Tróji

Autoři lávky

Ing. Jan Blažek
V-CON Ltd.

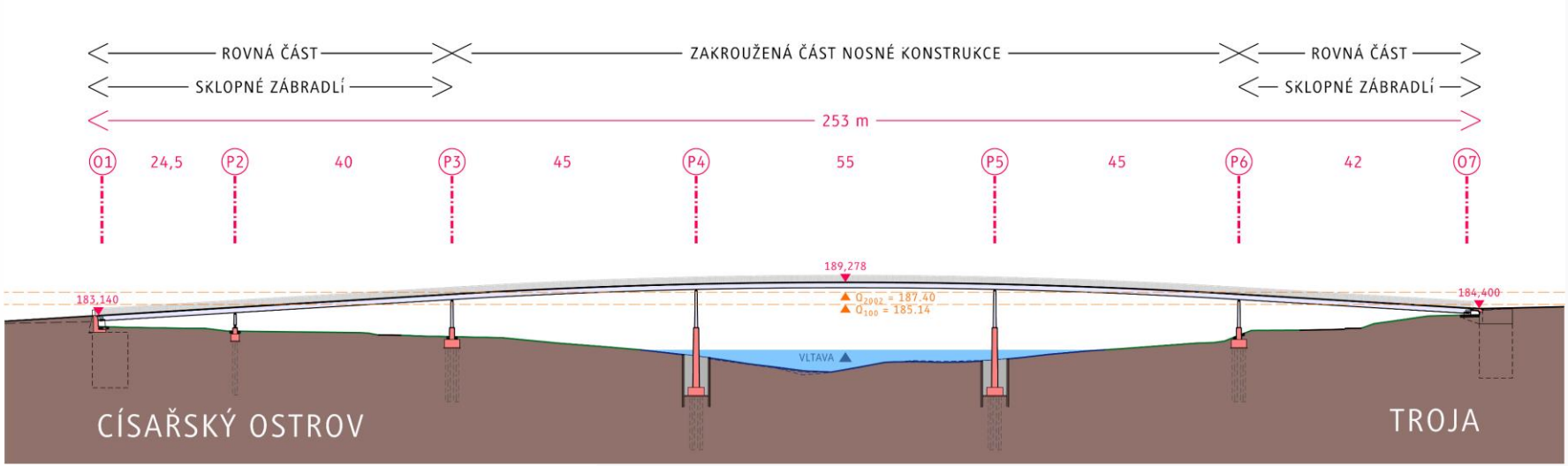
Ing. Petr Harazim, Ph. D.
Valbek

Doc.Ing. Lukáš Vráblík, Ph. D.
Valbek

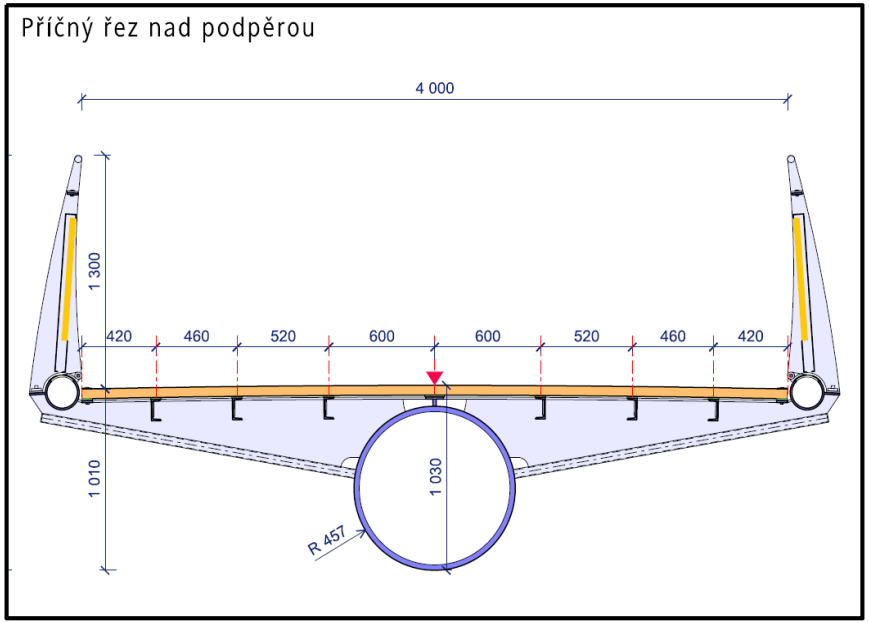
Obsah

- Konverze zatížení do hmoty
- Analýza vlastních tvarů konstrukce
- Ověření kritérií komfortu chodců
- Dynamické zatížení vyvolané chodci
- Proporcionální tlumení konstrukce
- Lineární časově závislá analýza - modální
- Ověření kritérií zrychlení konstrukce
- Návrh TMD (Tuned mass damper)
- Lineární časově závislá analýza – přímá integrace
- Interpretace výsledků

Geometrie lávky

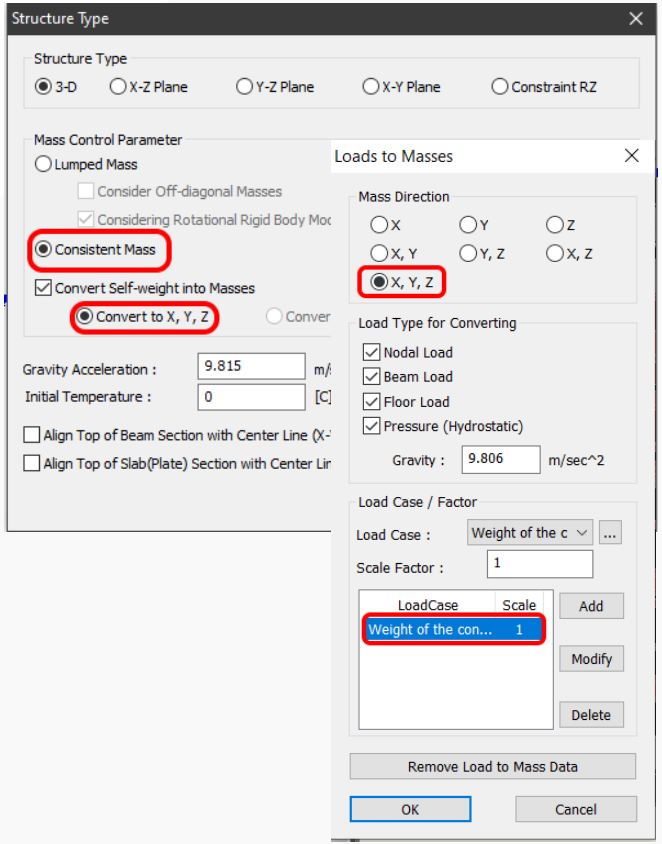


Příčný řez


Příčný řez nad podpěrou
4 000
1 300
420
460
520
600
600
520
460
420
1 010
1 030
R 457

Konverze zatížení do hmoty

- Consistent Mass
- Hmota je rovnoměrně rozložená po elementu
- Přesnější, ale časově náročnější na MKP výpočet



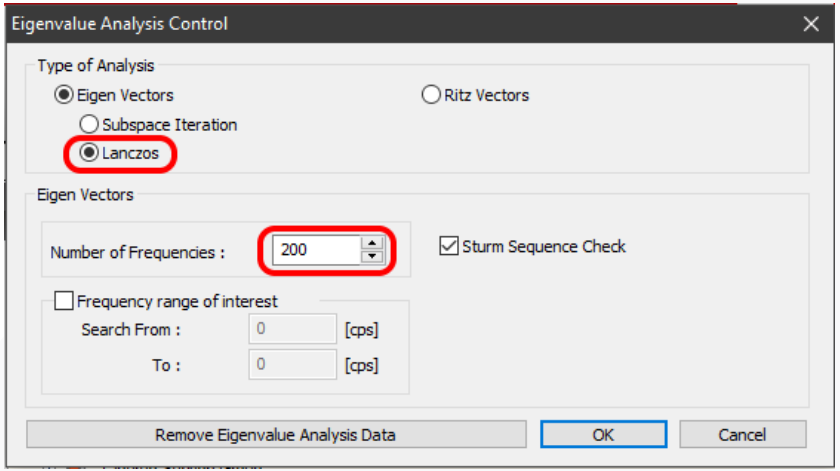
Modální analýza

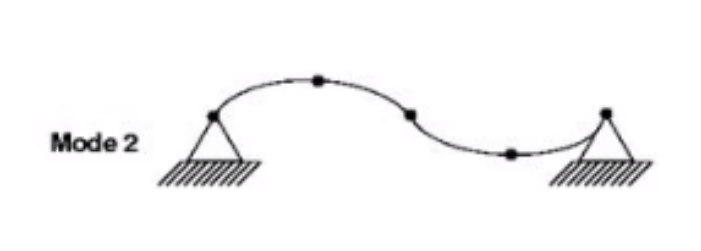
- Lanczos
- Počet zvolených vlastních tvarů 200

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0$$

$$\det([K] - \omega^2 [M]) = 0$$

$$\det([K] - \lambda [M]) = 0$$





Vlastní frekvence a modální participační faktor

Mass Matrix

$$\gamma_i = \{\phi\}_i^T [M] \{D\}$$

Mode shapes

Excitation Direction Vector

EIGENVALUE ANALYSIS

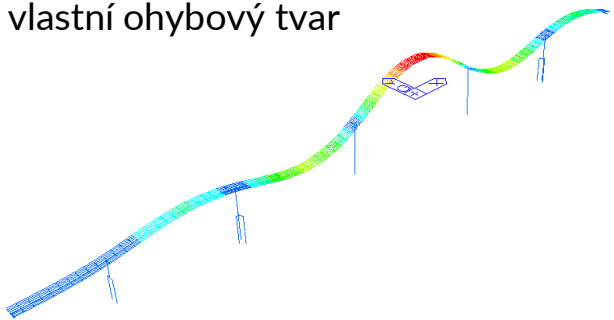
Mode No	Frequency (rad/sec)	Frequency (cycle/sec)	Period (sec)	Tolerance
1	5.100400	0.811754	1.231900	3.3365e-0
2	5.540855	0.881854	1.133874	3.3365e-0
3	5.971001	0.950314	1.052265	3.3365e-0
4	7.080560	1.126906	0.887385	3.3365e-0
5	7.350651	1.169892	0.854779	3.3365e-0
6	8.137209	1.295077	0.772155	3.3365e-0
7	8.246104	1.312408	0.761958	3.3365e-0
8	8.987554	1.430414	0.699098	3.3365e-0
9	10.340234	1.645699	0.607644	3.3365e-0
10	10.635118	1.692632	0.590796	3.3365e-0
11	11.888223	1.892070	0.528522	3.3365e-0
12	16.008940	2.547902	0.392400	3.3365e-0
13	18.893401	3.006978	0.332560	3.3365e-0
14	18.897464	3.007625	0.332488	3.3365e-0
15	19.343341	3.078588	0.324824	3.3365e-0
16	19.963052	3.177218	0.314741	3.3365e-0
17	21.624251	3.441606	0.290562	3.3365e-0
18	23.211415	3.694211	0.270694	3.3365e-0
19	24.327360	3.871820	0.258276	3.3365e-0
20	25.779825	4.102987	0.243725	3.3365e-0
21	28.030214	4.461147	0.224158	3.3365e-0
22	28.092660	4.471086	0.223659	3.3365e-0
23	31.785401	5.058804	0.197675	3.3365e-0
24	32.873063	5.231910	0.191135	3.3365e-0
25	34.751802	5.530921	0.180802	3.3365e-0
26	35.485103	5.647630	0.177065	3.3365e-0
27	35.490693	5.648519	0.177038	3.3365e-0
28	36.880056	5.869643	0.170368	3.3365e-0
29	39.325097	6.258784	0.159775	3.3365e-0
30	40.431958	6.434946	0.155401	3.3365e-0
31	41.183742	6.554596	0.152565	3.3365e-0
32	41.373296	6.584765	0.151866	3.3365e-0

MODAL PARTICIPATION FACTOR PRINTOUT (kN,m)

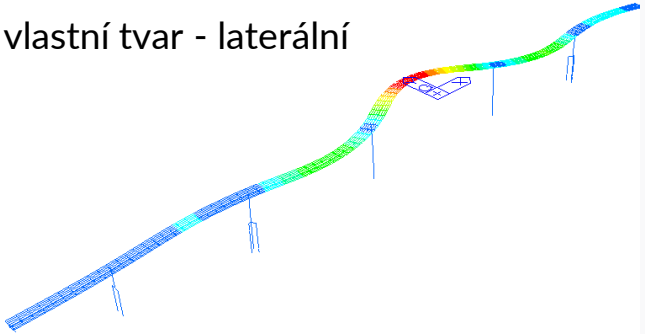
Mode No	TRAN-X Value	TRAN-Y Value	TRAN-Z Value	ROTN-X Value	ROTN-Y Value	ROTN-Z Value
1	0.02	0.00	3.36	0.00	-0.00	0.00
2	0.00	4.24	-0.00	0.02	-0.00	0.02
3	18.88	0.00	-0.14	0.00	-0.12	0.00
4	2.31	0.00	1.11	0.00	-0.01	0.00
5	-0.00	1.18	-0.00	0.01	0.00	0.17
6	-0.00	3.93	-0.00	-0.00	0.00	0.05
7	0.63	0.00	1.90	-0.00	-0.00	0.00
8	-0.00	12.26	0.00	0.02	0.00	0.03
9	-0.00	9.64	0.00	0.01	0.00	-0.01
10	0.05	-0.00	7.48	0.00	-0.00	-0.00
11	-0.16	0.00	10.32	-0.00	0.00	-0.00
12	-0.00	-0.01	-0.00	0.00	0.00	0.03
13	0.00	1.91	-0.00	-0.01	-0.00	0.02
14	-0.40	0.00	0.77	-0.00	0.00	0.00
15	-0.00	3.92	-0.00	0.01	0.00	-0.21
16	-0.00	5.36	-0.00	-0.01	0.00	-0.21
17	-0.00	0.00	5.56	-0.00	-0.00	-0.00
18	0.00	4.42	0.00	-0.16	0.00	0.14
19	0.00	-0.52	-0.00	0.04	-0.00	0.65
20	0.18	-0.00	-0.84	0.00	-0.00	-0.00
21	-0.39	0.00	-2.23	-0.00	-0.00	0.00
22	0.00	5.19	0.00	-0.14	0.00	0.08
23	-0.23	-0.00	0.96	-0.00	-0.00	0.00
24	0.00	1.55	-0.00	-0.03	0.00	0.18
25	5.45	-0.00	0.01	0.00	-0.03	0.00
26	0.05	-0.00	-0.32	0.00	-0.00	0.00
27	0.00	5.06	-0.00	-0.09	-0.00	-0.06
28	-0.74	0.00	0.34	-0.00	0.00	-0.00
29	0.00	0.18	-0.00	0.01	-0.00	-0.55
30	0.34	0.00	1.80	0.00	-0.00	-0.00

Vlastní frekvence a modální participační faktor

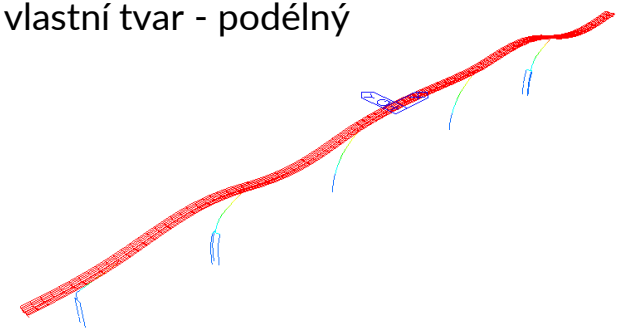
1. vlastní ohybový tvar



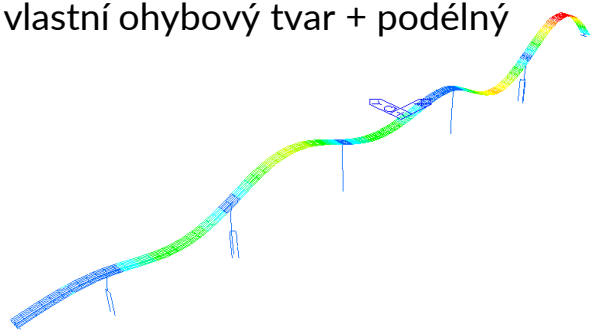
2. vlastní tvar - laterální



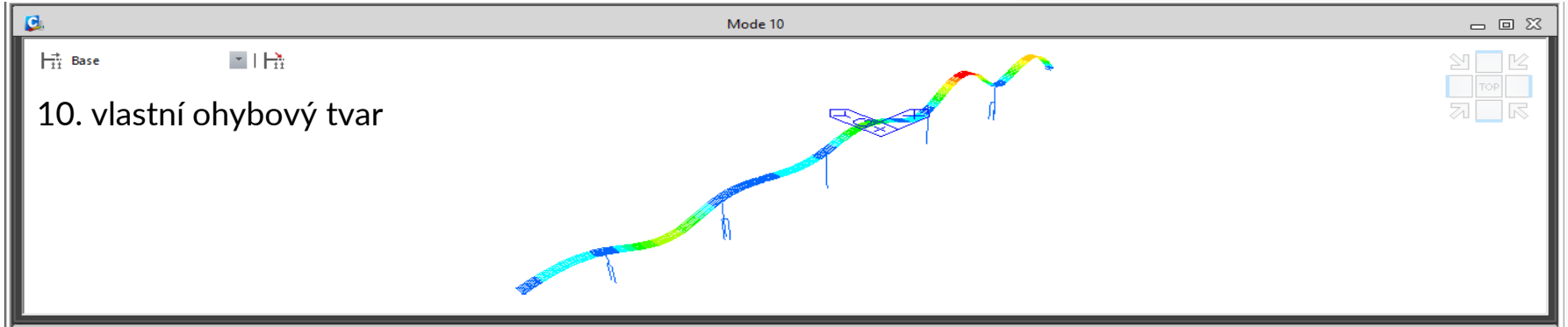
3. vlastní tvar - podélný



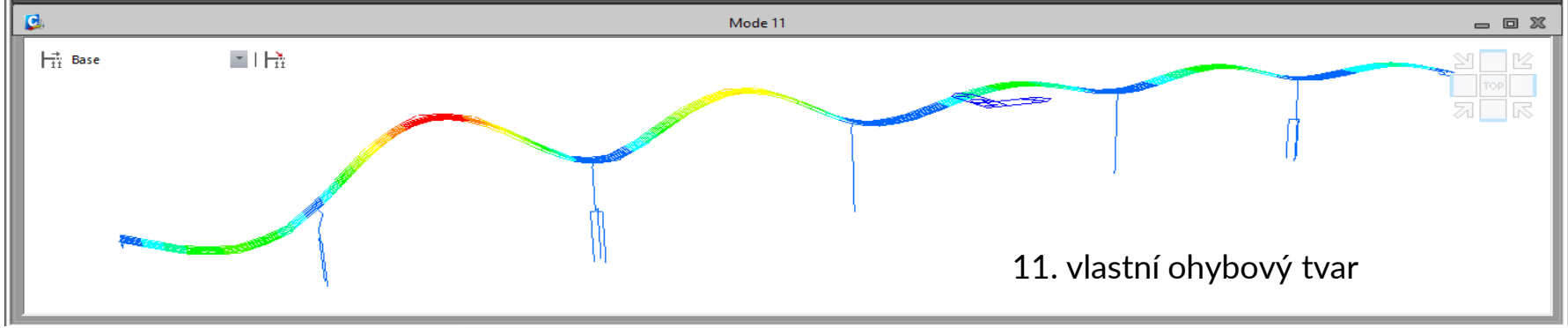
4. vlastní ohybový tvar + podélný



Vlastní frekvence a modální participační faktor



10. vlastní ohybový tvar



11. vlastní ohybový tvar

Kritický rozsah frekvencí

- for vertical and longitudinal vibrations:

  $1{,}25\ \text{Hz} \leq f_i \leq 2{,}3\ \text{Hz}$

- for lateral vibrations: $0{,}5\ \text{Hz} \leq f_i \leq 1{,}2\ \text{Hz}$

$f_{i(1)=}$ 0.811 Hz ∈ <0.5;1.2> -vertikální

$f_{i(2)=}$ 0.881 Hz ∈ <0.5;1.2> - laterální

$f_{i(4)=}$ 1.269 Hz ∈ <1.25;2.3> -vertikální + podélný

Footbridges with frequencies for vertical or longitudinal vibrations in the range

$2{,}5\ \text{Hz} \leq f_i \leq 4{,}6\ \text{Hz}$

$f_{i(10)=}$ 1.892 Hz ∉ <2.5;4.6>

$f_{i(11)=}$ 2.54 Hz ∈ <2.5;4.6>

Nutno provést podrobnou dynamickou analýzu

Kritéria komfortu

EN 1990 A.2.4.3.2 - a verification of the comfort criteria should be performed if the fundamental frequency of the deck is less than :

- 5 Hz for vertical vibrations,
- 2.5 Hz for horizontal (lateral) and torsional vibrations

Comfort class	Degree of comfort	Vertical a_{limit}	Lateral a_{limit}
CL 1	Maximum	< 0,50 m/s²	< 0,10 m/s²
CL 2	Medium	0,50 – 1,00 m/s²	0,10 – 0,30 m/s²
CL 3	Minimum	1,00 – 2,50 m/s²	0,30 – 0,80 m/s²
CL 4	Unacceptable discomfort	> 2,50 m/s²	> 0,80 m/s²

Harmonické zatížení chodci

Table 4-3: Pedestrian traffic classes and densities

Traffic Class	Density d (P = pedestrian)	Description	Characteristics
TC 1*)	group of 15 P; d=15 P / ($B\,L$)	Very weak traffic	(B=width of deck; L=length of deck)
TC 2	d = 0,2 P/m²	Weak traffic	Comfortable and free walking Overtaking is possible Single pedestrians can freely choose pace
TC 3	d = 0,5 P/m²	Dense traffic	Still unrestricted walking Overtaking can intermittently be inhibited
TC 4	d = 1,0 P/m²	Very dense traffic	Freedom of movement is restricted Obstructed walking Overtaking is no longer possible
TC 5	d = 1,5 P/m²	Exceptionally dense traffic	Unpleasant walking Crowding begins One can no longer freely choose pace

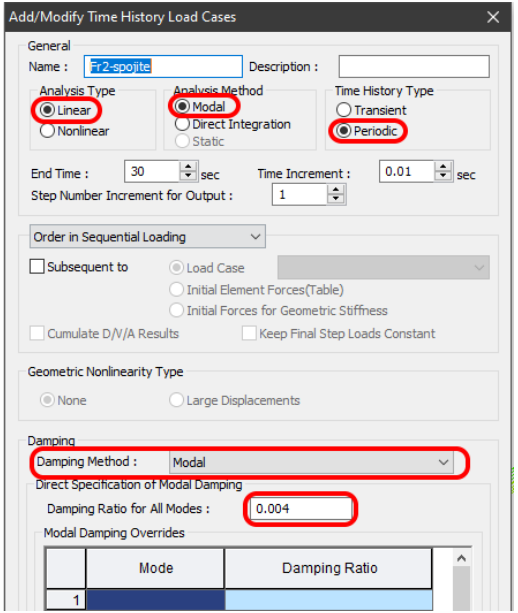
$$F_{vert}(t) = \mathrm{G} + \sum_{n=1}^{3} \Delta G_n \sin(n \cdot 2\pi f_w t - \varphi_n)$$

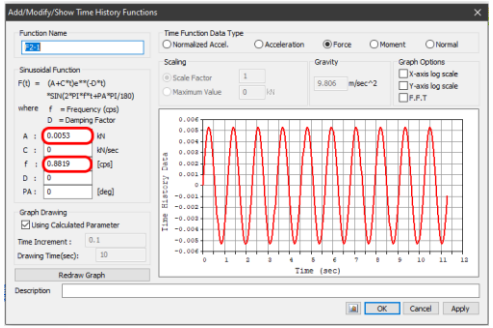
$$F_{lat}(t) = \mathrm{G} \sum_{n=1}^{n} \Delta a_n \sin(n \cdot \pi f_w t - \varphi_n)$$

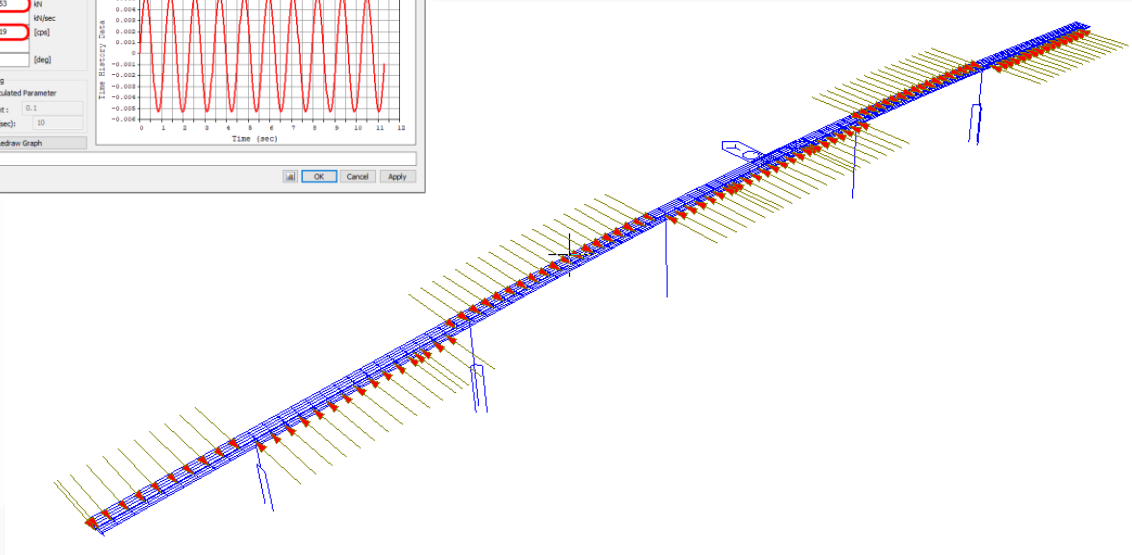
$$F_{long}(t) = \mathrm{G} \sum_{n=1}^{n} \Delta a_n \sin(n \cdot 2\pi f_w t - \varphi_n)$$

G [N]			n' [1/m²]
Vertical	Longitudinal	Lateral	
280	140	35	$\frac{10.8\sqrt{\xi \times n}}{S}$

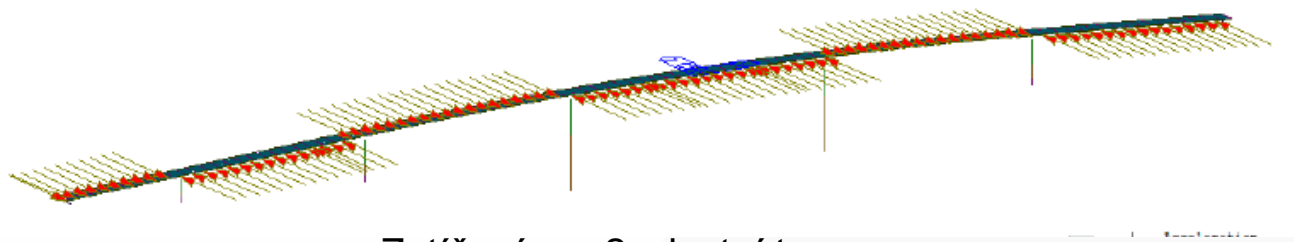
Harmonické zatížení chodci



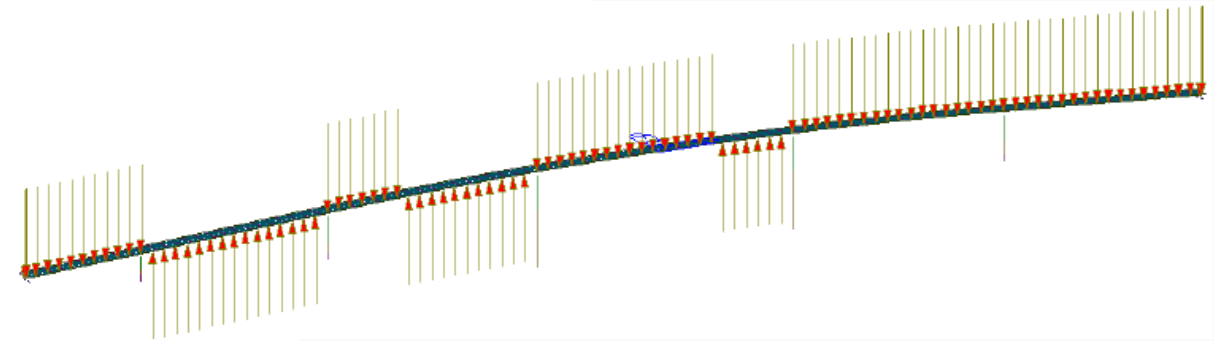




Harmonické zatížení, které vyvolávají kritické zrychlení



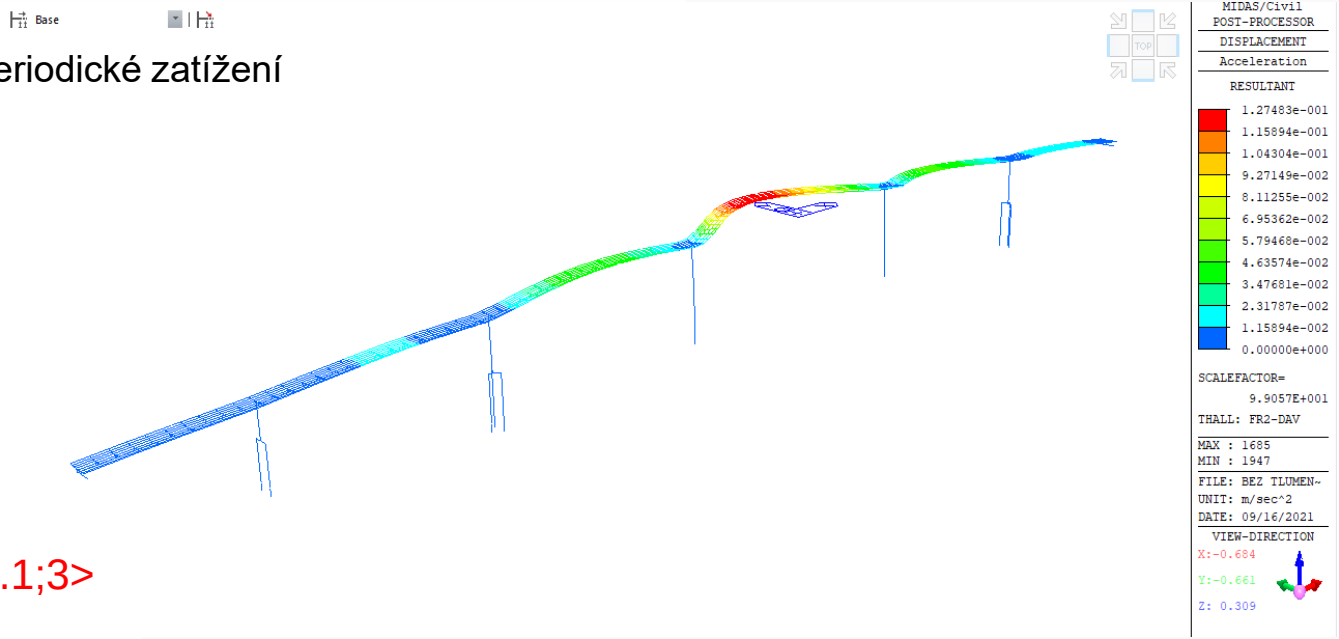
Zatížení pro 2. vlastní tvar



Zatížení pro 10. vlastní tvar

Harmonické zatížení, které vyvolávají kritické laterální zrychlení

2. vlastní tvar laterální + periodické zatížení

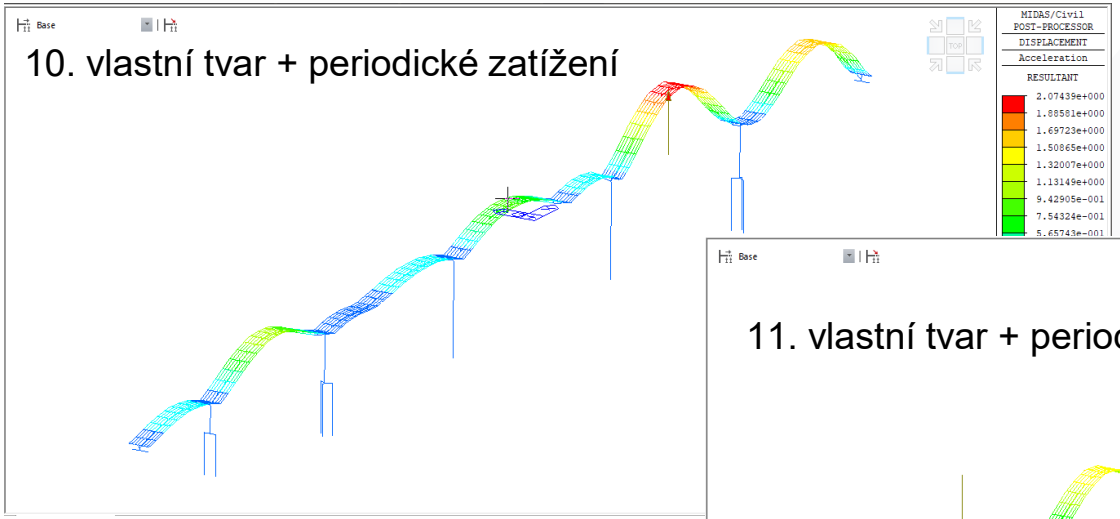


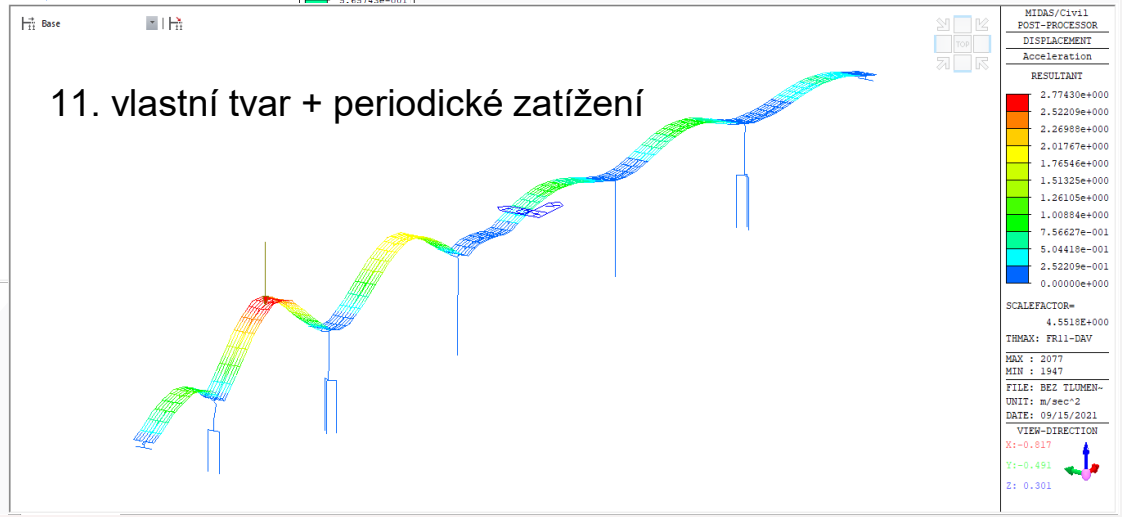
$a_{(2)=}$ 0.127 m/sec^2 ∈ <0.1;3>

Není nutno tlumit konstrukci v laterálním směru !!!

Dynamická analýza lávky v Tróji

Harmonické zatížení, které vyvolávají kritické vertikální zrychlení





$a_{(10)=}$ 2.07 m/sec^2 $\notin$ <0.5;1>

$a_{(11)=}$ 2.77 m/sec^2 $\notin$ <0.5;1>

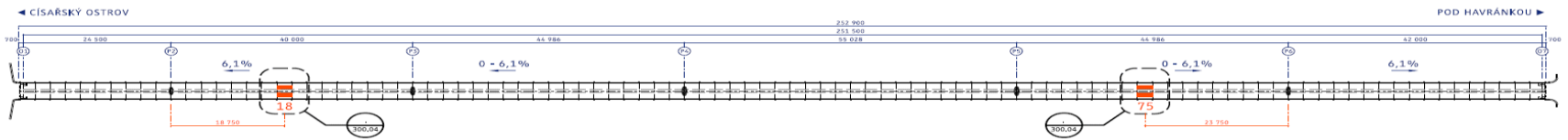
Je nutné navrhnout TMD !!!

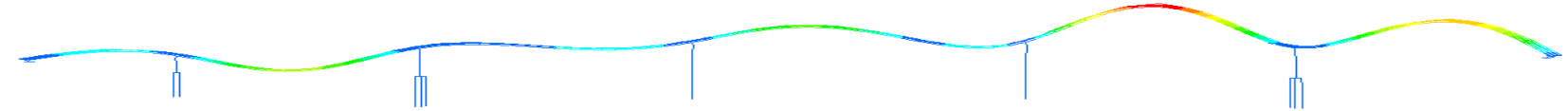
Hmotnostní tlumič TMD

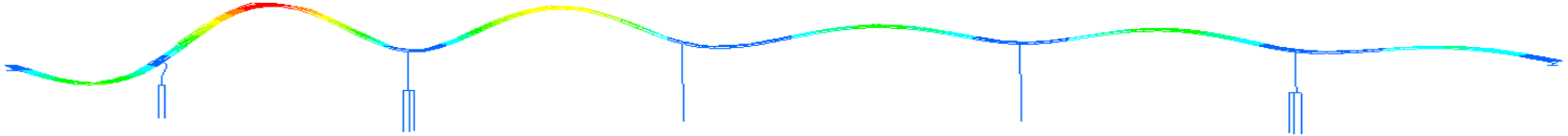
- Koncentrovaná hmota je umístěn v místě extrémního rozkmitu
- Je spojen pomocí pružin a tlumících elementů
- Návrh vychází z rozdělení kritické frekvence do dvou nově vzniklých frekvencí, kde jedna je pod a jedna nad kritickou frekvencí
- Díky to mu dochází k disipaci energie a utlumení celé soustavy

Umístění tlumiče na mostě

- 2 x TMD jsou umístěny v místech maximální amplitudy pro 10. a 11. vlastní tvar
- Hmotnost tlumiče je 2500 kg

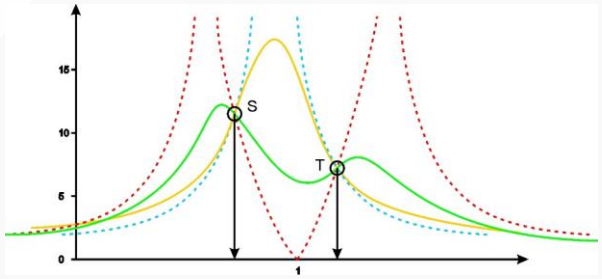


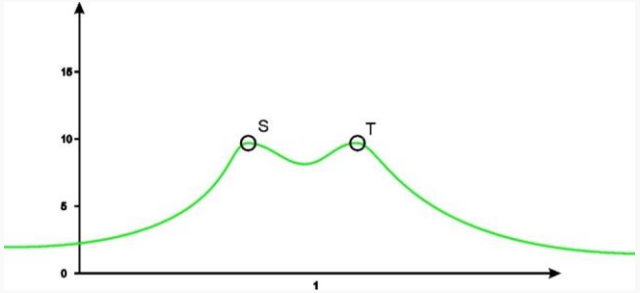




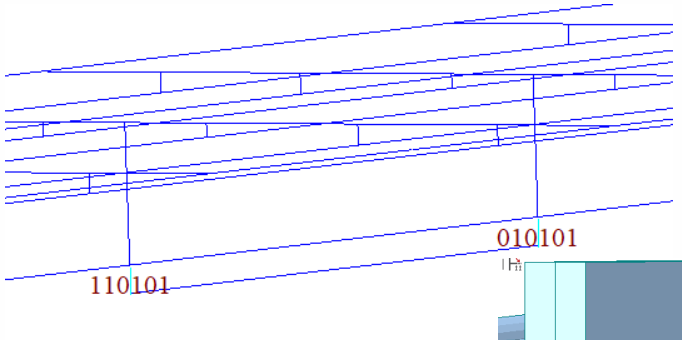
Návrh TMD

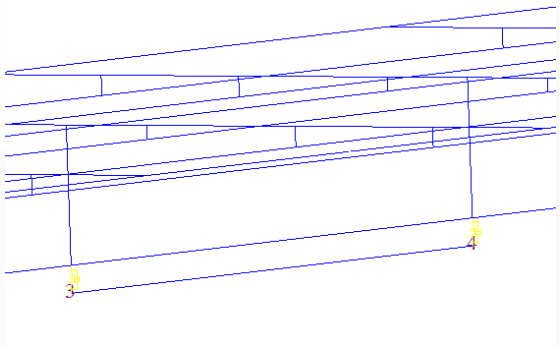
- Poměr hmoty - ($\mu = m_d/m_s$)
- Optimální frekvence - $\delta_{opt} = \dfrac{1}{1+\mu}$
- Optimální relativní tlumení - $\xi_{opt} = \sqrt{\dfrac{3\mu}{8(1+\mu)^3}}$
- Konstanta tuhosti pro TMD $k_d = (2\pi f_d)^2 m_d$
- Konstanta tlumení pro TMD $c_d = 2m_d(2\pi f_d)\xi_{opt}$

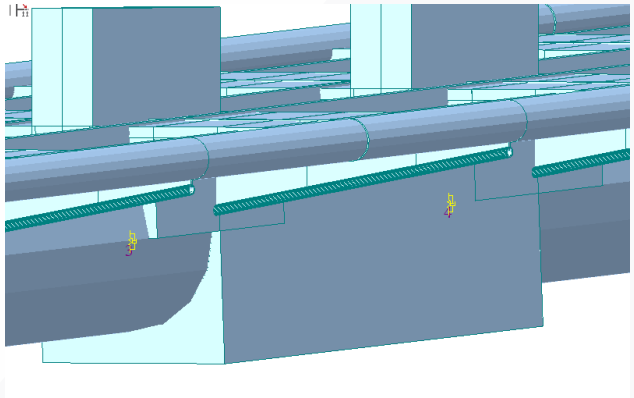




TMD v midas Civil

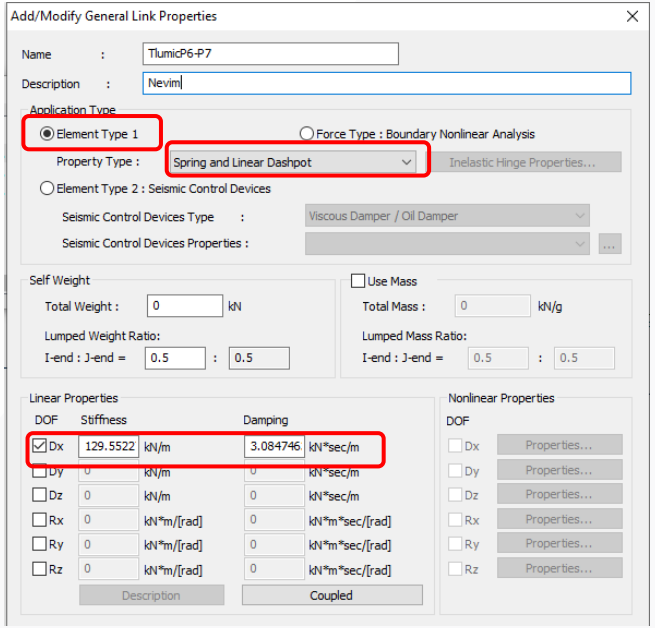


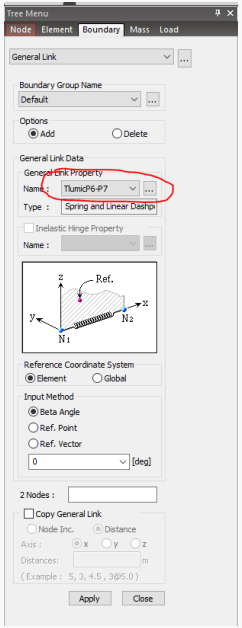




Tuhosti a tlumení pro TMD

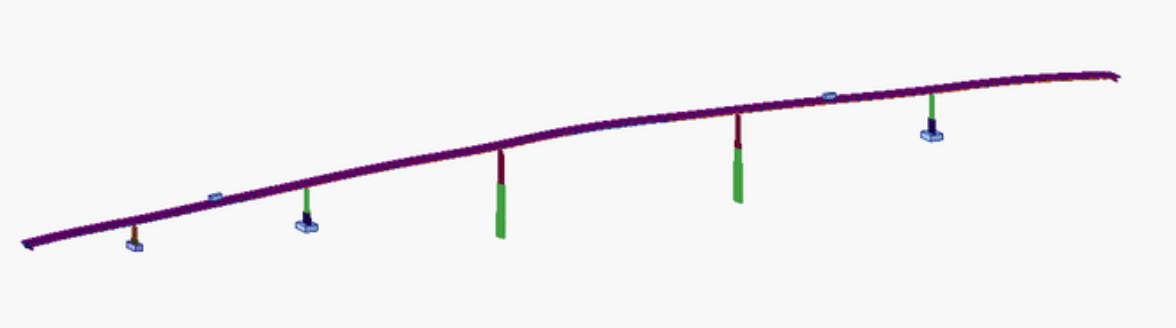
- Hmota TMD je v elementu

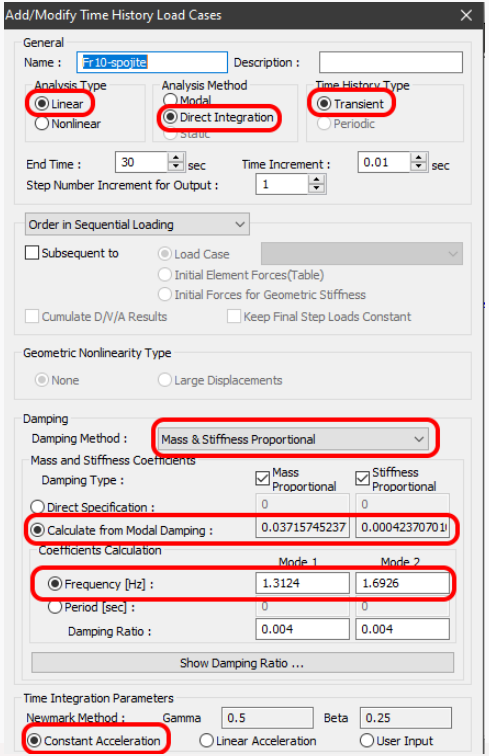




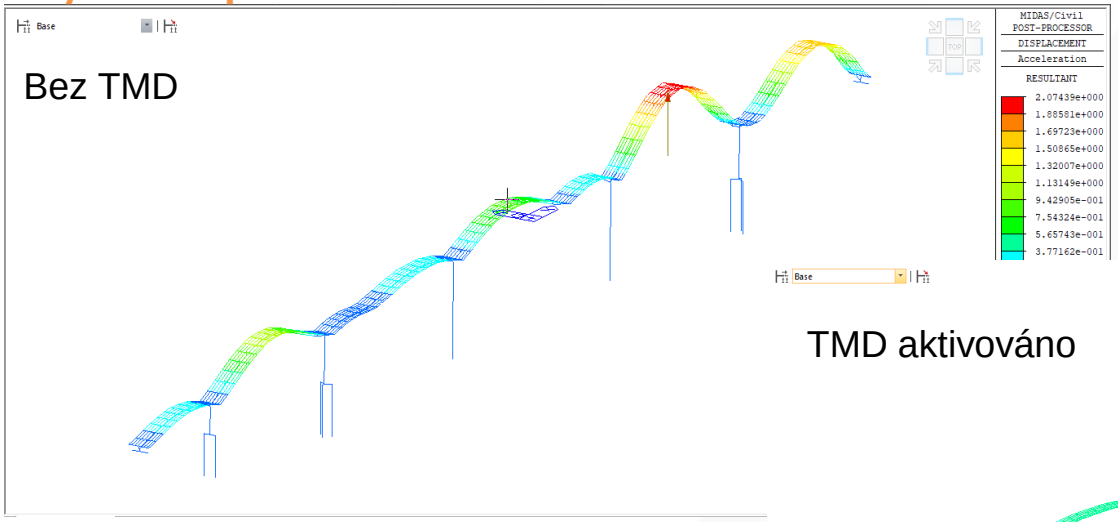
Časově závislá analýza – přímá integrace a proporcionální tlumení

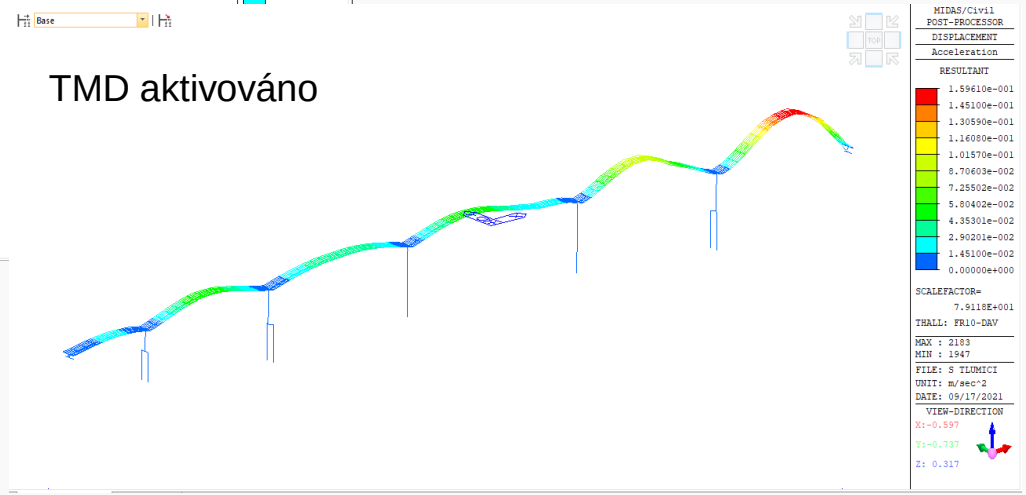
- Implicitní Newmarkova metoda přímé integrace
- Nelze použít modální superpozici
- Proporcionální tlumení





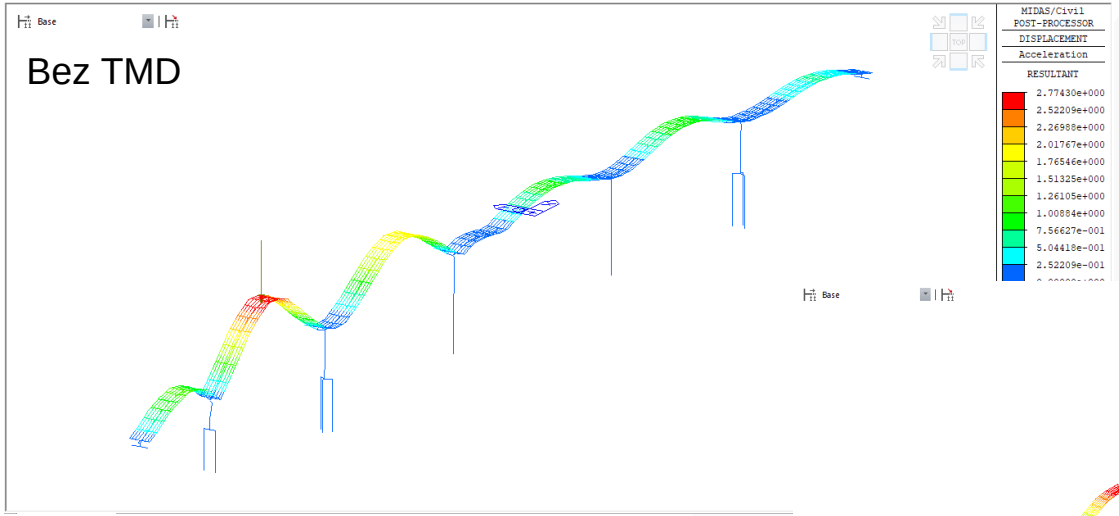
Zrychlení pro-10. vlastní tvar



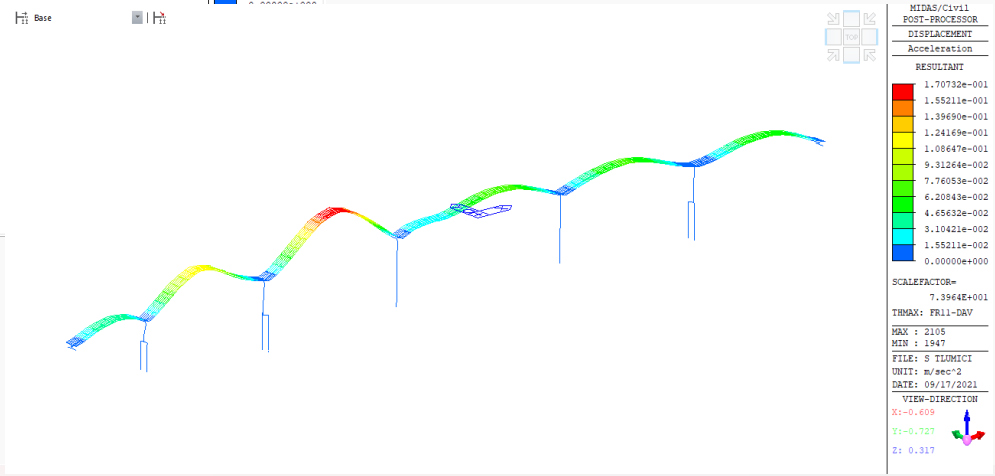


Dynamická analýza lávky v Tróji

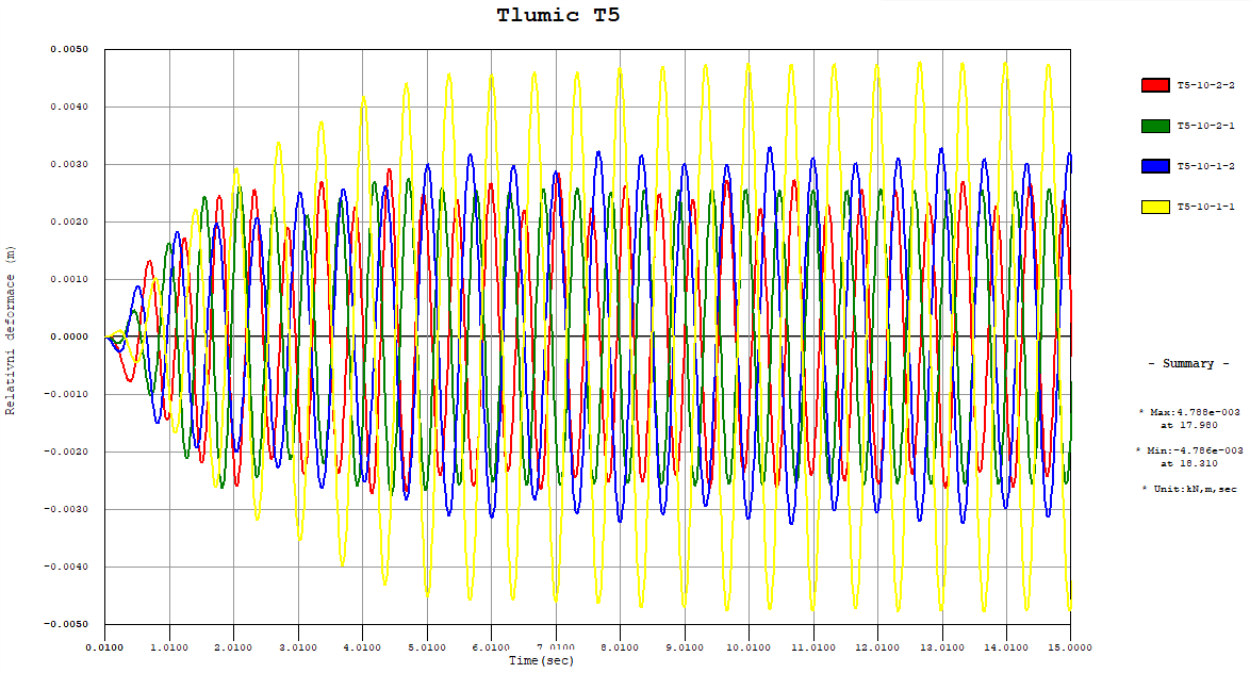
Zrychlení pro-11. vlastní tvar



TMD aktivováno



Relativní posun tlumiče T5 vůči nosné konstrukci



Q&A